Applicando quest'osservazione alle successive coppie di generatrici infinitamente vicine di una superficie gobba avente tutte le generatrici egualmente inclinate rispetto ad un piano fisso, se ne conclude immediatamente che « *la linea di stringimento di una tale superficie gobba si projetta su questo piano secondo l'inviluppo delle pròjelioni delle generatrici* ».

Inversamente, se due generatrici contigue *non* fanno lo stesso angolo con un piano fisso, la direzione della minima distanza projettata su questo piano forma un angolo finito colle prelezioni delle generatrici. Dunque affinchè la projezione della minima distanza sia infinitamente piccola dello stess'ordine dell'angolo compreso dalle due generatrici e quindi anche dalle loro projezioni, bisogna che le projezioni dei piedi di questa minima distanza cadano ad una distanza *finita* dall'intersezione delle due projezioni, donde risulta evidentemente che la projezione della linea di stringimento *non* può coincidere colfinviluppo delle projezioni delle generatrici. Dunque insieme col teorema precedente sussiste il teorema inverso, e quindi anche il reciproco.

Le considerazioni precedenti rendono intuitive alcune proprietà notate dal signor BONNET *), le quali del resto sono una conseguenza immediata della formola (i i). Se le generatrici di una superficie gobba sono tutte egualmente inclinate rispetto ad un piano fisso, esse fanno pure un angolo costante colle generatrici della superficie cilindrica normale a questo piano ed involvente la superficie gobba lungo la sua linea di stringimento. Dunque se questa linea facesse un angolo costante colle generatrici della superficie gobba, farebbe del pari un angolo costante con quelle della superficie cilindrica, ossia sarebbe un'elica cilindrica, epperò una linea geodetica tanto della superficie cilindrica quanto della superficie gobba tangente. Reciprocamente se la linea di stringimento fosse una geodetica della superficie gobba, essa sarebbe tale anche rispetto alla superficie cilindrica e quindi farebbe un angolo costante tanto colle generatrici di questa quanto con quelle della superficie gobba. Ora ogni superficie gobba può trasformarsi in un'altra avente tutte le generatrici egualmente inclinate sopra un piano fisso, e le proprietà caratteristiche delle linee geodetiche e della linea di stringimento si mantengono inalterate nella trasformazione ; è dunque chiaro che le osservazioni precedenti conducono a questo teorema :

Se la linea di stringimento d'una superficie gobba incontra tutte le generatrici sotto

*) Journal de l'École Polytechnique, t. XIX, cahier 32 (1848), pag. 71. Un teorema molto più generale è stato dato dal sig. BRIOSCHI nel Giornale dell'Istituto Lombardo e Biblioteca Italiana, t. IX (1856), pag. 400.

I teoremi del sig. BONNET sono stati dimostrati geometricamente dal sig. PAUL

SERRET : ' vedi *nouvelle..* pag. 149.